

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Môn: TOÁN 9

Ngày kiểm tra: 15/12/2022

Thời gian làm bài: 90 phút

(Không kể thời gian phát đề)

Bài I (1,0 điểm). Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + \frac{8}{\sqrt{5}-1} - \sqrt{(3+\sqrt{5})^2}$.

Bài II (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh $B = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm giá trị x nguyên lớn nhất thỏa mãn $A.B \leq -1$.

Bài III (2,5 điểm)

Cho hàm số $y = (m-2)x + 3$, (với $m \neq 2$, x là biến số) có đồ thị là đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

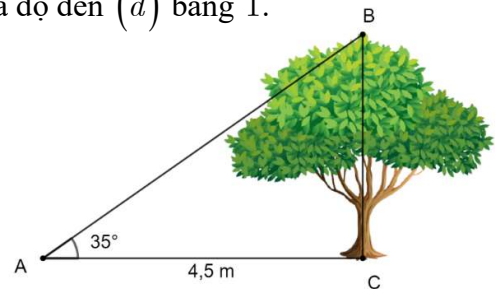
1) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-2;1)$. Vẽ đường thẳng (d) ứng với giá trị m vừa tìm được.

2) Với giá trị nào của m thì đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = 3x + 1$.

3) Tìm tất cả giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến (d) bằng 1.

Bài IV (4,0 điểm)

1) Trên sân trường một cây xanh có bóng dài 4,5m. Biết tại thời điểm đó tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc bằng 35° . Tính chiều cao của cây đó theo đơn vị mét (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2) Cho đường tròn (O) , có bán kính R , điểm K bên ngoài đường tròn. Vẽ hai tiếp tuyến KA, KB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm).

a) Chứng minh bốn điểm K, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Vẽ đường kính AC của đường tròn (O) . Chứng minh $BC \parallel KO$.

c) Chứng minh $BC.KO = 2R^2$. Tính diện tích tam giác ABC theo R , biết $OK = 2R$.

Bài V (0,5 điểm)

Với ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 = z^2$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \left(1 + \frac{z}{x}\right) \left(1 + \frac{z}{y}\right).$$

.....Hết.....

HƯỚNG DẪN CHUNG

+) Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

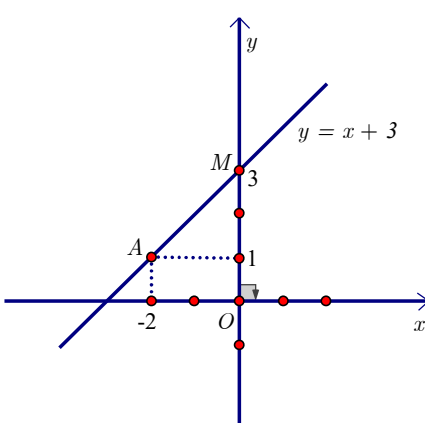
+) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.

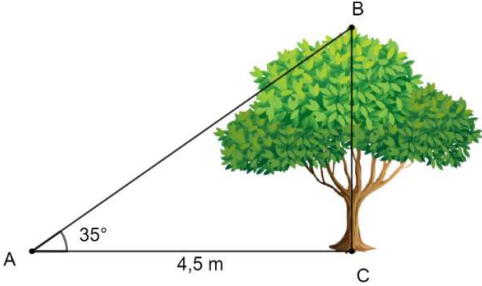
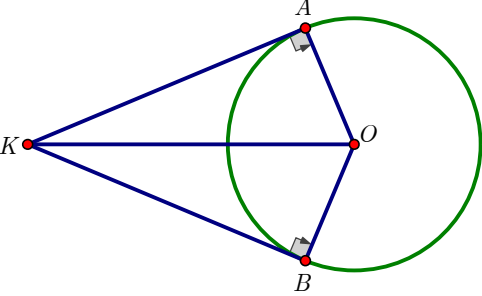
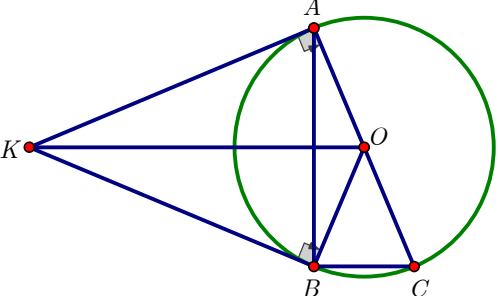
+) Các tình huống phát sinh trong quá trình chấm do Hội đồng chấm thi quy định, thống nhất bằng biên bản.

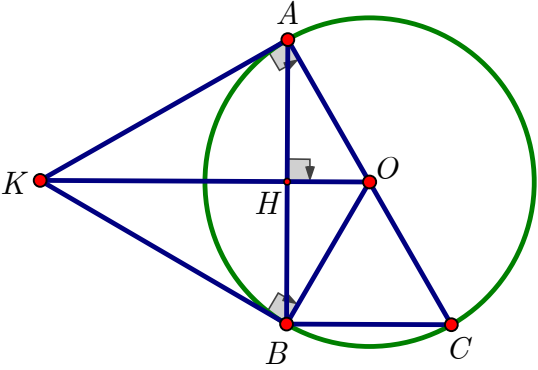
+) Hướng dẫn chấm gồm 03 trang.

HƯỚNG DẪN CHẤM (ĐỀ CHÍNH THỨC)

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 1,0 điểm		Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + \frac{8}{\sqrt{5}-1} - \sqrt{(3+\sqrt{5})^2}$.	1,0
		$A = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \frac{8(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} - (3+\sqrt{5})$	0,25
		$= -\sqrt{5} + 2(\sqrt{5}+1) - 3 - \sqrt{5}$	0,25
		$= -2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 2 - 3$	0,25
		$= -1.$	0,25
Bài II 2,0 điểm	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.	0,5
		Thay $x = 16$ (TMĐK) vào biểu thức A.	0,25
		Tính được $A = \frac{4+3}{4-3} = 7.$	0,25
	2)	Chứng minh $B = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$.	1,0
		$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - (3x+9)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-3x-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$= \frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3}{\sqrt{x}+3} \cdot (\text{đpcm})$	0,25
	3)	Tìm giá trị x nguyên lớn nhất thỏa mãn $A.B \leq -1$.	0,5

Bài III 2,5 điểm		ĐK: $x \geq 0, x \neq 9$. Ta có: $A.B \leq -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}+3} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}-3} + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \leq 0 (*)$	0,25
		+) TH1: $x = 0$, thỏa mãn (*). +) TH2: $x > 0 : (*) \Leftrightarrow \sqrt{x} - 3 < 0 \Rightarrow 0 < x < 9$. Suy ra giá trị nguyên lớn nhất là $x = 8$ (TMĐK). Vậy giá trị x nguyên lớn nhất thỏa mãn $A.B \leq -1$ là $x = 8$.	0,25
	1)	Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-2;1)$. Vẽ đường thẳng (d) ứng với giá trị m vừa tìm được.	1,25
			0,25
		Thay tọa độ điểm $A(-2;1)$ vào phương trình hàm số ta được: $1 = (m-2)(-2) + 3$	0,25
		Giải được $m = 3$ (TMĐK) $\Rightarrow (d) : y = x + 3$	0,25
		Chỉ ra điểm $M(0;3)$ thuộc đồ thị của hàm số $y = x + 3$.	0,25
		Vẽ đường thẳng MA thu được đồ thị của hàm số $y = x + 3$.	0,25
		Hình vẽ cần có đủ kí hiệu trục tung Oy, trục hoành Ox, có chia đơn vị trên các trục đều bằng nhau, đúng tỉ lệ ...	0,25
	2)	Với giá trị nào của m thì đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1) : y = 3x + 1$.	0,5
		Ta có $(d) // (d_1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 = 3 \\ 3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5$ (TMĐK).	0,25
		Vậy $m = 5$ thì đường thẳng $(d) // (d_1)$.	0,25
	3)	Tìm tất cả giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến (d) bằng 1.	0,75
		+) Gọi giao điểm của đường thẳng (d) với trục Oy, Ox lần lượt là B và C. Kẻ $OH \perp BC$ tại H. +) Tìm được tung độ điểm B là: $y_B = 3 \Rightarrow OB = 3$. +) Tìm được hoành độ của điểm C là: $x_C = \frac{-3}{m-2} \Rightarrow OC = \frac{3}{ m-2 }$.	0,25

Bài IV 4,0 điểm		+) Xét tam giác OBC vuông tại O , có đường cao OH :	0,25
		$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \Rightarrow 1 = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{OC^2} \Rightarrow \frac{(m-2)^2}{9} = \frac{8}{9}$	0,25
		$\Leftrightarrow (m-2)^2 = 8 \Leftrightarrow m-2 = \pm 2\sqrt{2} \Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2} \text{ (TMĐK).}$	0,25
		Vậy $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$.	
	1)	Tính chiều cao của cây đó theo đơn vị mét.	1,0
			0,25
		+) Ba điểm A, B, C là ba đỉnh của tam giác vuông tại C có $\hat{A} = 35^\circ$.	0,25
		+) Xét tam giác ABC vuông tại C ta có: $BC = AC \cdot \tan A$.	0,25
		$\Rightarrow BC = 4,5 \cdot \tan 35^\circ$ $\Rightarrow BC \approx 3,2(m).$	0,25
		+) Chiều cao của cây bằng độ dài đoạn BC . Vậy cây cao xấp xỉ $3,2m$.	0,25
	2)	a) Chứng minh bốn điểm K, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.	1,0
			0,25
		+) Vẽ đúng hình đến ý a).	0,25
		+) Chỉ ra được $\widehat{KAO} = 90^\circ \Rightarrow \Delta KAO$ vuông tại A nên điểm A thuộc đường tròn đường kính KO .	0,25
		+) Tương tự điểm B thuộc đường tròn đường kính KO .	0,25
		+) Có hai điểm K và O cùng thuộc đường tròn đường kính KO .	0,25
		Do đó bốn điểm K, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.	0,25
		b) Chứng minh $BC \parallel KO$.	1,0
			0,25
		+) Vẽ đúng hình đến ý b).	0,25
		+) Lập luận được ΔABC vuông tại $B \Rightarrow BC \perp AB$.	0,25
		+) Lập luận được $AB \perp KO$.	0,25
		+) Vì $BC \perp AB$ và $AB \perp KO$ suy ra $BC \parallel KO$.	0,25

		c) Chứng minh $BC.KO = 2R^2$. Tính diện tích tam giác ABC theo R, biết $OK = 2R$.	1,0
			
		+) Gọi giao điểm của KO và AB là H . +) KO là trung trực của $AB \Rightarrow H$ là trung điểm của AB . +) Chỉ ra HO là đường trung bình của $\Delta ABC \Rightarrow BC = 2HO$. +) Xét ΔKAO vuông tại A có đường cao AH :	0,25
		$\Rightarrow AO^2 = OH.KO \Rightarrow 2AO^2 = 2OH.KO \Rightarrow 2R^2 = BC.KO$.	0,25
		+) Xét ΔKAO vuông tại A ta có: $\cos \widehat{AOK} = \frac{AO}{KO} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{AOK} = 60^\circ$	0,25
		+) Vì $BC \parallel KO \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{AOK}$ (hai góc đồng vị) $\Rightarrow \widehat{ACB} = 60^\circ$.	
		+) Xét ΔABC vuông tại B , ta có: $BC = AC \cdot \cos \widehat{ACB} = 2R \cdot \frac{1}{2} = R$. $AB = AC \cdot \sin \widehat{ACB} = 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}R$	0,25
		+) Diện tích ΔABC là: $\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot R \cdot \sqrt{3}R = \frac{\sqrt{3}R^2}{2}$.	
		Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \left(1 + \frac{z}{x}\right)\left(1 + \frac{z}{y}\right)$.	0,5
Bài V 0,5 điểm		+) Ta có: $x^2 + y^2 = z^2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{z^2} + \frac{y^2}{z^2} = 1$. +) Đặt $\frac{x}{z} = a$; $\frac{y}{z} = b$ ($a, b > 0$) $\Rightarrow a^2 + b^2 = 1$.	0,25
		Biểu thức $P = \left(1 + \frac{z}{x}\right)\left(1 + \frac{z}{y}\right) = \left(1 + \frac{1}{a}\right)\left(1 + \frac{1}{b}\right) = 1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{ab}$.	

	+) Ta có: $(a+b)^2 \leq 2(a^2+b^2) \Rightarrow (a+b)^2 \leq 2 \Rightarrow 0 < a+b \leq \sqrt{2}$, vì $a, b > 0$. +) Với $a, b > 0$ áp dụng bất đẳng thức: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b} \geq \frac{4}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 2\sqrt{2}.$ +) Với $a, b > 0$ ta có: $2\sqrt{ab} \leq a+b \leq \sqrt{2} \Rightarrow 0 < \sqrt{ab} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{ab} \geq 2$,	
	Suy ra $1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{ab} \geq 1 + 2\sqrt{2} + 2 \Rightarrow P \geq 3 + 2\sqrt{2}$. +) Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a, b > 0 \\ a^2 + b^2 = 1 \\ a = b \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{x}{z} = \frac{y}{z} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x = y = \frac{z}{\sqrt{2}}.$ Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = 3 + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow x = y = \frac{z}{\sqrt{2}}$.	0,25

-----Hết-----